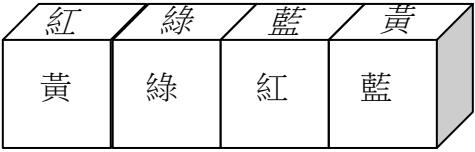
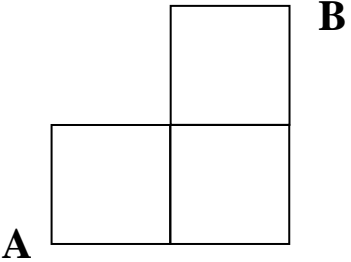


數學科單元教學活動設計

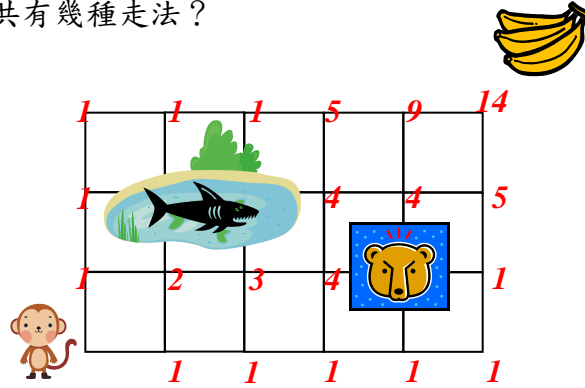
教學科目	數 學 科	教學年級	高二上		
教學單元	排列組合	設計者	黃逸齊		
教材來源	高中數學 第二冊 2-1	教學時間	50 分鐘		
教學研究	<p>一、教材分析：</p> <p>分析討論計數的問題，並引進加法原理、乘法原理，以便處理生活中有關計數的問題，作為機率統計的基礎。</p> <p>首先能理解「排列」的意涵，並利用乘法原理說明從n個不同物中取出r個排列的方法數，進而會算不盡相異物的排列數及環狀排列數，並能利用乘法原理處理可重複的排列問題。</p>				
教學目標	<p>1. 能了解加法原理的意涵，並理解乘法原理與加法原理的關係，以及它們的應用。</p> <p>2. 能了解 P_r^n 表示從n個相異物中取出r個來排列，其排列方法數的意義及應用，其中 $1 \leq r \leq n$，特別地，當$r=n$時，$P_r^n = P_n^n = n!$。</p>				
單元目標編碼	行為目標	教 學 活 動	教學資源	時間分配	教學評量
		<p>壹、準備活動：</p> <p>(一) 教師：</p> <p>1. 搜集排列組合相關的教材資料。</p> <p>2. 製作投影片，以便指導學生學習。</p> <p>(二) 學生：</p> <p>1. 學會用樹狀圖分析討論計數問題。</p>			

1-1	利用組合積木，引起學習排列組合的動機	<p>貳、發展活動：</p> <p>一、引起動機： 拿出 4 個六面體，每面分別著上指定的顏色(顏色共四種)，試問同學能否讓 4 個六面體連接排成一列，並且使各方向(共 4 個方向)的 4 個面分別為不同顏色。(如圖所示)並求出此種方法數共有幾種？</p> 	黑板	2 分	
1-2	了解加法原理的意涵	<p>加法原理</p> <p>二、老師講解： 先備知識-加法原理</p> <p>練習 1： 從我家到林園高中，有 3 種公車可到達，也可搭計程車和校車，請問從家裡到林園高中共有幾種方式選擇？ Ans：3+1+1=5 種</p> <p>加法原理定義：完成 A 事件的方法有 m 種，完成 B 事件的方法有 n 種，當 A、B <u>不能同時發生</u>，以<u>加法</u>連接，及完成 A 和 B 事件方法有(m+n)種。不能同時發生的事，稱<u>互斥</u>事件。</p>	PPT	2 分	學習單
1-3	學會利用加法原理，算出捷徑問題	<p>概念引導-捷徑問題(不規則圖形)</p> <p>練習 2： 如下圖，求點 A 到點 B 的捷徑走法共有幾種？</p> 	PPT	2 分	學習單

Ans : 5 種

練習 3 :

如下圖，幫小猴子找最快回去的路，並算出共有幾種走法？

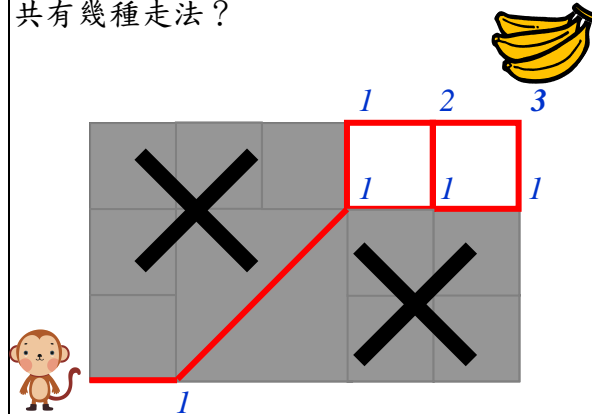


Ans : 14 種

PPT 2分 學習單

練習 4 :

如下圖，幫小猴子找最快回去的路，並算出共有幾種走法？



Ans : 3 種

PPT 2分 學習單

1-4 了解乘法原理的意涵

先備知識-乘法原理

練習 5 : 從台北到高雄有兩種飛機和高鐵可搭乘；從高雄到澎湖有兩種船可搭乘。今齊哥從台北到澎湖(需經過高雄)，則有幾種方式可搭乘？

Ans : $3 \times 2 = 6$ 種

PPT 2分 學習單

著色問題

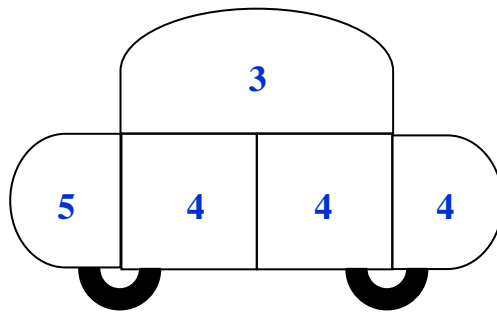
乘法原理定義：完成 A 事件的方法有 m 種，完成 B 事件的方法有 n 種，當 A、B 可以同時發生，以乘法連接，及完成 A 和 B 事件方法有(mxn)種。可以同時發生的事，互不影響，稱獨立事件。

1-5 學會利用乘法原理，算出著色問題

概念引導-著色問題(相鄰不同色)

練習 6：

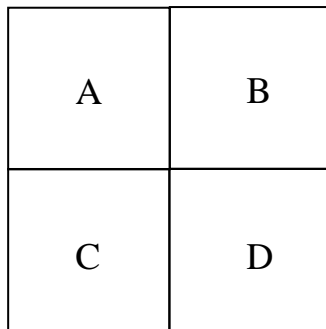
用五種顏色塗下圖中五個空白區域，相鄰區域不同色，試求有幾種不同塗法？



Ans：5×4×4×4×3=960 種

練習 7：

用五種顏色塗下圖中四個空白區域，相鄰區域不同色，試求有幾種不同塗法？



情況分成：

A、D 同

 5×4×4×1=80

A、D 異

 5×4×3×3=180

Ans：80+180=260 種

PPT 2分 學習單

PPT 4分 學習單

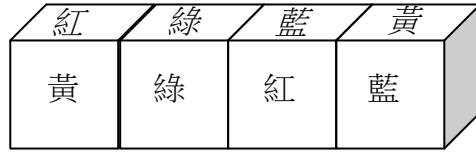
1-6	了解排列的 意涵，進而 推算排列的 公式	<p>進入主題-直線排列(完全相異物)</p> <p>練習 8：大雄、胖虎、小夫三人排成一列， 有幾種排法？</p> <p>Ans：$3!=3\times 2\times 1=6$ 種</p> <p>練習 9：5 個人中選 3 人排成一列，方法數有 幾種？</p> <p>Ans：$5\times 4\times 3=P_3^5=120$ 種</p> <p>直線排列(完全相異物) 定義：從 n 個不同物件中，任取 r 個(不可重 複)排成一列，其中 $1\leq r\leq n$，則方法數記為 P_r^n。</p>	PPT	2 分	學習單
1-7	利用排列公 式，算出完 全相異物的 排列數	<p>練習 10：哆啦 A 夢、小叮鈴、大雄、靜香、 胖虎、小夫、小杉等七人排成一列，依下列 條件，求其排法數：</p> <p>(1).任意排：$7!=P_7^7=5040$ 種</p> <p>(2).胖虎必排首：$1\times 6!=1\times P_6^6=720$ 種</p> <p>(3).胖虎不排首：全-(胖虎必排首) $=7!-6!=4320$ 種</p> <p>(4).哆啦 A 夢、大雄、靜香三人完全相鄰 ：$5!\times 3!=720$ 種</p> <p>(5).哆啦 A 夢、大雄、靜香三人完全不相鄰： (意指：三人完全分開)：$4!\times P_3^5=1440$ 種</p>	PPT	5 分	學習單
1-8	藉由拼湊積 木實際體驗 排列，並利 用排列概念 算出其方法	<p>複習重點：加法原理、乘法原理、排列公式</p> <p>參、綜合活動： 組組看</p> <p>(一)積木組合： 請同學準備好手上的 4 塊積木，每面著上指 定顏色(共四色)，試著組組看能否讓 4 個積</p>	黑板	2 分	
			PPT	10 分	

直線排列

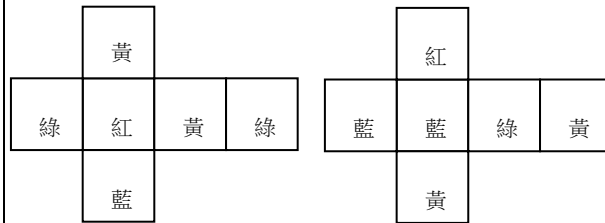


數

木連接排成一列，並且各方向(共4個方向)的4個面分別為不同顏色(顏色不重覆)，如下圖。

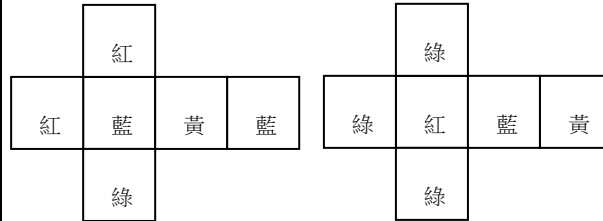


將四塊積木分別標上編號 1、2、3、4，且四塊積木的展開圖如下：



(1)

(2)

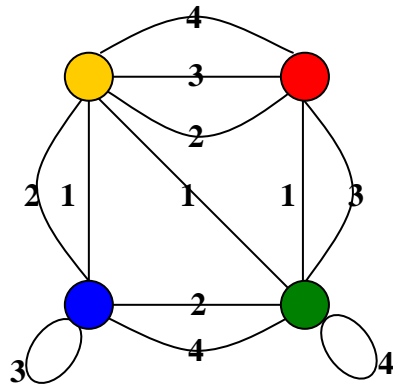


(3)

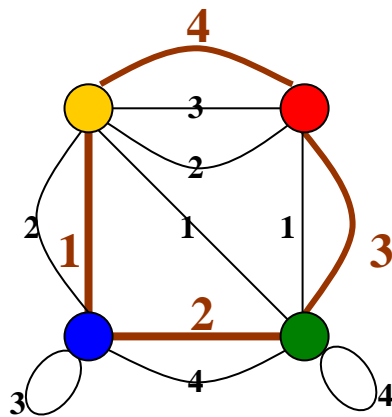
(4)

方法：

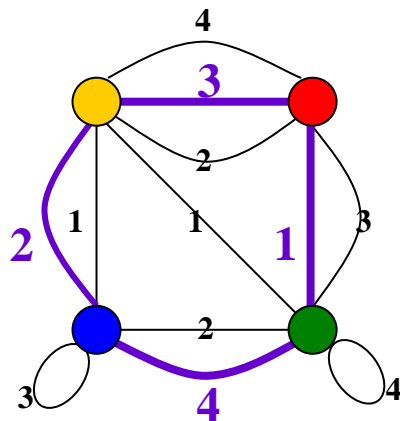
將四塊積木分別找出每面之對面相對的顏色(每塊有三組相對的顏色)。如圖所示，每面相對的顏色用線段相連，並標上積木編號。



接著分別找出兩組迴圈，每組迴圈數字不能重複，因為數字代表的是每一塊積木都要用到。(解釋：一個迴圈可使連接4塊積木的同一面之顏色均不相同，並且4塊積木該面的對面方向之4面顏色也會不相同，因此只要找出兩組迴圈，即可使連接的4塊積木之4個方向的4個面顏色均不相同。



第一組迴圈：黃→藍→綠→紅(1→2→3→4)
 將第一塊積木上方放黃色，下方放藍色
 將第二塊積木上方放藍色，下方放綠色
 將第三塊積木上方放綠色，下方放紅色
 將第四塊積木上方放紅色，下方放黃色



第二組迴圈：黃→藍→綠→紅(2→4→1→3)
 將第二塊積木前方放黃色，後方放藍色
 將第四塊積木前方放藍色，後方放綠色
 將第一塊積木前方放綠色，後方放紅色
 將第三塊積木前方放紅色，後方放黃色

接著神奇的事即將發生，現在我們只要將 4 塊積木合併連接，那麼任意翻轉 4 個面(一起翻)，並會發現 4 個方向的 4 個面之顏色都不一樣喔!

提問：算出此方法的排列數有幾種？

Ans： $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 種

回家作業：設計一組三個迴圈的積木組合

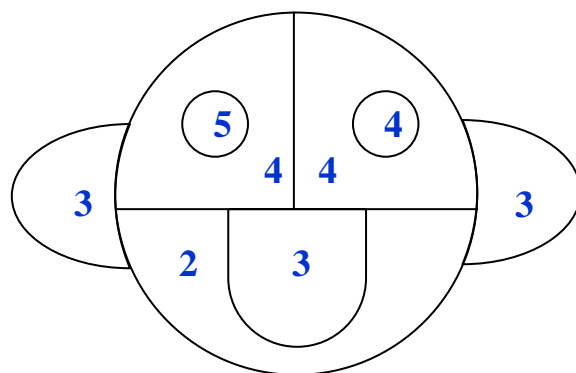
動動腦

(二)全班競賽：

全班進行問答賽，全班超過一半的人答對問題，即可每人發放小糖果。

暖身題：

用五種顏色塗下圖中五個空白區域，相鄰區域不同色，試求有幾種不同塗法？



Ans： $5 \times 4^3 \times 3^3 \times 2$

1-9 能與他人合作完成指定工作

PPT 9分 紙筆計算

基礎題：

二忠號列車通往 ABCDE 五個村落，共有 8 條鐵路(如圖)，今要測試全部鐵路是否暢通，若火車從二仁村出發，最後到達二忠村，經過的鐵路不再重複經過。試問有幾種不同的行經路線？

Ans：

考慮向左行駛： $2 \times 2 \times 3! = 24$

考慮向右行駛： $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$

共 $24 + 24 = 48$ 種

藉由上題，引導數學上一筆劃問題。

回家作業：思考哪些圖形可以一筆畫完成？

進階題：

哆啦 A 夢、小叮鈴、大雄、靜香、胖虎、小夫、小杉等七人排成一列，今胖虎和小夫兩人決定要排在一起，而大雄想要和胖虎、小夫兩人完全分開，試問這樣的排法數共有幾種？

方法一：

先考慮全部情形(胖虎、小夫兩人相鄰)

$6! \times 2! = 1440$

排除不合情形(胖虎、小夫、大雄三人完全相鄰)

全部情形(胖虎、小夫兩人相鄰) - (胖虎、小夫、大雄三人完全相鄰)：

$= 6! \times 2! - 5! \times 2 \times 2 = 960$ 種

方法二：

大雄先不排，考慮胖虎、小夫兩人相鄰和其他 4 人的排法數，最後大雄插空隙，不和胖虎、小夫排一起的空隙有 4 種，選 1 種排列：

$= 5! \times 2! \times P_1^4 = 120 \times 2 \times 4 = 960$ 種

---第一節完---